Logique
et
Sémantique des langues naturelles

D. Bonnay

Semaine de rentrée
Cogmaster 2007-2008

Richard Montague :

Il n'y a selon moi aucune différence théorique importante entre les langues naturelles et les langages artificiels des logiciens.

Objectifs de la linguistique formelle :

syntaxe formelle caractériser de manière systématique les énoncés grammaticaux d'une langue donnée.

sémantique formelle sur la base de notre compréhension de la syntaxe, rendre compte de manière compositionnelle de la signification des phrases.

pragmatique formelle sur la base de notre compréhension de la syntaxe et de la sémantique, expliquer comment sont utilisés les énoncés.

Objectifs de la linguistique formelle :

syntaxe formelle caractériser de manière systématique les énoncés grammaticaux d'une langue donnée.

sémantique formelle sur la base de notre compréhension de la syntaxe, rendre compte de manière compositionnelle de la signification des phrases.

pragmatique formelle sur la base de notre compréhension de la syntaxe et de la sémantique, expliquer comment sont utilisés les énoncés.

Sémantique

La première personne du premier rang dort.

Vrai

Faux

Hypothèse :

Comprendre une phrase, c'est comprendre ses conditions de vérité.

Hypothèse :

Comprendre une phrase, c'est comprendre ses conditions de vérité.

(1) Il pleut et il vente

(1) est vrai ssi 'il pleut' est vrai et 'il vente' est vrai. Comprendre la signification de 'et', c'est comprendre la contribution de 'et' à la valeur de vérité

Hypothèse :

Comprendre une phrase, c'est comprendre ses conditions de vérité.

> *(1) Il pleut et il vente*

(1) est vrai ssi 'il pleut' est vrai et 'il vente' est vrai. Comprendre la signification de 'et', c'est comprendre la contribution de 'et' à la valeur de vérité

> *(2) Snoopy lit un livre*

(1) est vrai ssi il existe un objet x qui est un livre et que Snoopy est dans une certaine relation avec cette objet, la relation 'lire'.

Hypothèse :

Comprendre une phrase, c'est comprendre ses conditions de vérité.

(1) Il pleut et il vente

(1) est vrai ssi 'il pleut' est vrai et 'il vente' est vrai. Comprendre la signification de 'et', c'est comprendre la contribution de 'et' à la valeur de vérité

(2) Snoopy lit un livre

(1) est vrai ssi il existe un objet x qui est un livre et que Snoopy est dans une certaine relation avec cette objet, la relation 'lire'.

$\exists x\ \mathrm{Livre}(x) \wedge \mathrm{Lit}(\mathrm{Snoopy}, x)$

Rappel :

Logique du premier ordre = logique propositionnelle + quantificateurs ‘pour tout’ ($\forall$) et ‘il existe’ ($\forall$).

Rappel :

Logique du premier ordre = logique propositionnelle + quantificateurs ‘pour tout’ ($\forall$) et ‘il existe’ ($\forall$).

- On sait comment spécifier les conditions de vérité des énoncés de la logique du premier ordre,
- On peut traduire les énoncés de la langue naturelle dans la logique du premier ordre,

Rappel :

Logique du premier ordre = logique propositionnelle + quantificateurs ‘pour tout’ ($\forall$) et ‘il existe’ ($\forall$).

- On sait comment spécifier les conditions de vérité des énoncés de la logique du premier ordre,
- On peut traduire les énoncés de la langue naturelle dans la logique du premier ordre,
- On sait (indirectement) spécifier les conditions de vérité des énoncés de la langue naturelle.

Rappel :

Logique du premier ordre = logique propositionnelle + quantificateurs ‘pour tout’ ($\forall$) et ‘il existe’ ($\forall$).

- On sait comment spécifier les conditions de vérité des énoncés de la logique du premier ordre,
- On peut traduire les énoncés de la langue naturelle dans la logique du premier ordre,
- On sait (indirectement) spécifier les conditions de vérité des énoncés de la langue naturelle.

Les choses ne sont pas aussi simples.

Premier problème (1)

Parallèle syntaxe / sémantique

"Tous les philosophes viendront"	$\rightsquigarrow$	$\forall x(Px \rightarrow Sx)$
"Certains philosophes viendront"	$\rightsquigarrow$	$\exists x(Px \wedge Sx)$

Des paraphrases différentes mais des constructions analogues :

- $S \longrightarrow GN \;\; GV$
- $GN \longrightarrow Det \;\; N$
- $GV \longrightarrow VI$

Premier problème (2)

$\rightsquigarrow$ on voudrait une analyse **uniforme** et **compositionnelle**

Premier problème (2)

$\rightsquigarrow$ on voudrait une analyse **uniforme** et **compositionnelle**

- Même comportement syntaxique $\longrightarrow$ même catégorie syntaxique.
- Même catégorie syntaxique $\longrightarrow$ même catégorie sémantique.
- Composition des significations des unités syntaxiques indépendantes.

Deuxième problème

L’expressivité des langues naturelles

Trois philosophes viendront.

Deuxième problème

L'expressivité des langues naturelles

Trois philosophes viendront.

Ok :

$\exists x, y, z\ (x \neq y \wedge x \neq z \wedge y \neq z) \wedge (Px \wedge Py \wedge Pz) \wedge (Vx \wedge Vy \wedge Vz)$

Deuxième problème

L'expressivité des langues naturelles

Trois philosophes viendront.

Ok :

$$\exists x, y, z\ (x \neq y \wedge x \neq z \wedge y \neq z) \wedge (Px \wedge Py \wedge Pz) \wedge (Vx \wedge Vy \wedge Vz)$$

La plupart des philosophes viendront.

Deuxième problème

L'expressivité des langues naturelles

Trois philosophes viendront.

Ok :
$\exists x, y, z\ (x \neq y \wedge x \neq z \wedge y \neq z) \wedge (Px \wedge Py \wedge Pz) \wedge (Vx \wedge Vy \wedge Vz)$

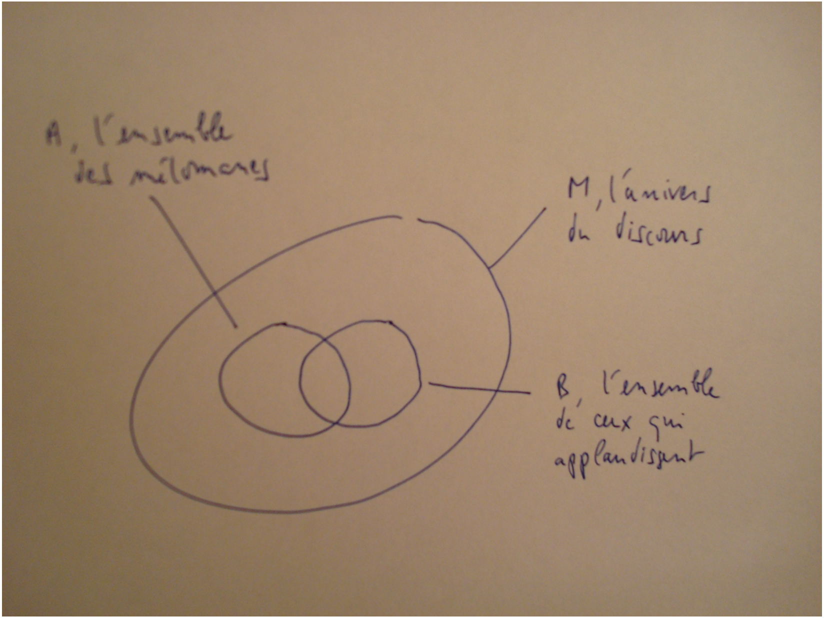
La plupart des philosophes viendront.

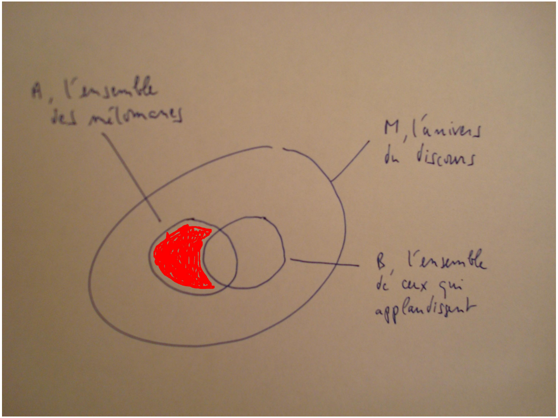
? ?
$\rightsquigarrow$ Impossible de paraphraser “la plupart” à l'aide de $\exists$, $\forall$, $=$ ...
(c'est un théorème)

Dans une phrase de la forme : *Det N GV*,
comme :

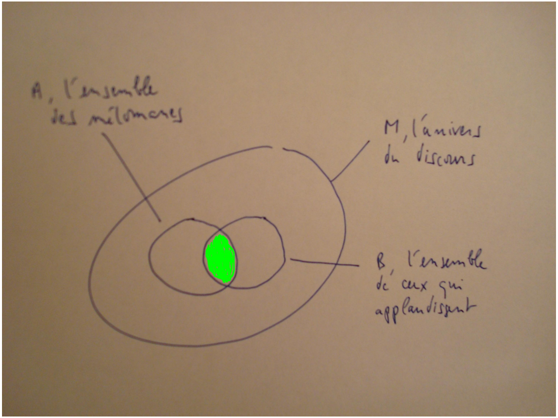
(3) Tous les mélomanes applaudissent.

- Le *N* (‘mélomanes’) dénote un certain ensemble d’objet.
- Le *GV* (‘applaudissent’) dénote également un certain ensemble d’objet.
- Le *Det* (‘tous les’) dénote une relation entre ces deux ensembles.

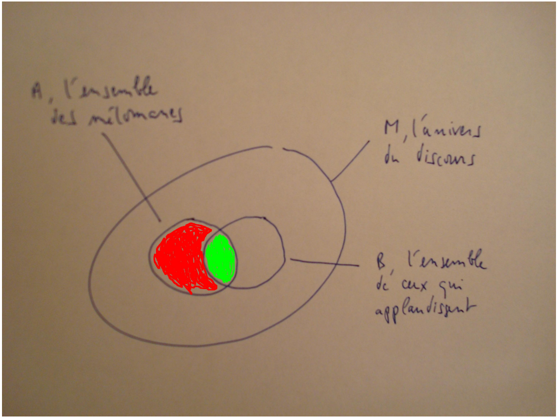

A, l'ensemble des mélomanes
M, l'univers du discours
B, l'ensemble de ceux qui applaudissent



'Tous les mélomanes applaudissent' est vrai
ssi
$A \subseteq B$



'Certains mélomanes applaudissent' est vrai
ssi
$A \bigcap B$ est non vide.



‘La plupart des mélomanes applaudissent’ est vrai
ssi
$A \bigcap B$ est ‘plus grand’ que $A - B$.

Généralisation

Un déterminant Q dénote une fonction $\mathcal{Q}$ qui associe à deux sous-ensembles de l'univers du discours une fonction de vérité :

Pour A et B deux sous-ensembles de M, on a $\mathcal{Q}(A, B) = V$ ou $\mathcal{Q}(A, B) = F$, selon les relations qu'entretiennent A et B.

Généralisation

Un déterminant Q dénote une fonction $\mathcal{Q}$ qui associe à deux sous-ensembles de l'univers du discours une fonction de vérité :

Pour A et B deux sous-ensembles de M, on a $\mathcal{Q}(A, B) = V$ ou $\mathcal{Q}(A, B) = F$, selon les relations qu'entretiennent A et B.

$\mathcal{Q}_{\text{Tous}}(A, B) = V$ ssi

Généralisation

Un déterminant Q dénote une fonction $\mathcal{Q}$ qui associe à deux sous-ensembles de l'univers du discours une fonction de vérité :

Pour A et B deux sous-ensembles de M, on a $\mathcal{Q}(A, B) = V$ ou $\mathcal{Q}(A, B) = F$, selon les relations qu'entretiennent A et B.

$\mathcal{Q}_{\text{Tous}}(A, B) = V$ ssi $A \subseteq B$.

Généralisation

Un déterminant Q dénote une fonction $\mathcal{Q}$ qui associe à deux sous-ensembles de l'univers du discours une fonction de vérité :

Pour A et B deux sous-ensembles de M, on a $\mathcal{Q}(A, B) = V$ ou $\mathcal{Q}(A, B) = F$, selon les relations qu'entretiennent A et B.

$\mathcal{Q}_{\text{Tous}}(A, B) = V$ ssi $A \subseteq B$.

$\mathcal{Q}_{\text{Certains}}(A, B) = V$ ssi

Généralisation

Un déterminant Q dénote une fonction $\mathcal{Q}$ qui associe à deux sous-ensembles de l'univers du discours une fonction de vérité :

Pour A et B deux sous-ensembles de M, on a $\mathcal{Q}(A, B) = V$ ou $\mathcal{Q}(A, B) = F$, selon les relations qu'entretiennent A et B.

$\mathcal{Q}_{\text{Tous}}(A, B) = V$ ssi $A \subseteq B$.

$\mathcal{Q}_{\text{Certains}}(A, B) = V$ ssi $A \bigcap B \neq \emptyset$.

Généralisation

Un déterminant Q dénote une fonction $\mathcal{Q}$ qui associe à deux sous-ensembles de l'univers du discours une fonction de vérité :

Pour A et B deux sous-ensembles de M, on a $\mathcal{Q}(A, B) = V$ ou $\mathcal{Q}(A, B) = F$, selon les relations qu'entretiennent A et B.

$\mathcal{Q}_{\text{Tous}}(A, B) = V$ ssi $A \subseteq B$.

$\mathcal{Q}_{\text{Certains}}(A, B) = V$ ssi $A \bigcap B \neq \emptyset$.

$\mathcal{Q}_{\text{La plupart}}(A, B) = V$ ssi

Généralisation

Un déterminant Q dénote une fonction $\mathcal{Q}$ qui associe à deux sous-ensembles de l'univers du discours une fonction de vérité :

Pour A et B deux sous-ensembles de M, on a $\mathcal{Q}(A, B) = V$ ou $\mathcal{Q}(A, B) = F$, selon les relations qu'entretiennent A et B.

$\mathcal{Q}_{\text{Tous}}(A, B) = V$ ssi $A \subseteq B$.

$\mathcal{Q}_{\text{Certains}}(A, B) = V$ ssi $A \bigcap B \neq \emptyset$.

$\mathcal{Q}_{\text{La plupart}}(A, B) = V$ ssi $|A \bigcap B| > |A - B|$.

La solution à nos problèmes (1)

Le problème de l'expressivité :

La solution à nos problèmes (1)

Le problème de l'expressivité :

$\rightsquigarrow$ “la plupart” est un quantificateur relationnel à part entière, qui n'est pas réductible à un quantificateur non relationnel comme $\forall$ ou $\exists$.

La solution à nos problèmes (2)

Le problème d'une analyse compositionnelle fidèle à la syntaxe :

La plupart des philosophes viendront.

Analysé syntaxiquement comme :

$_S[_{GN}[_{Det}[\textit{La plupart}]_N[\textit{des philosophes}]]_{VP}[\textit{viendront}]]$

La solution à nos problèmes (2)

Le problème d'une analyse compositionnelle fidèle à la syntaxe :

La plupart des philosophes viendront.

Analysé syntaxiquement comme :
$_S[_{GN}[_{Det}[\textit{La plupart}]_N[\textit{des philosophes}]]_{VP}[\textit{viendront}]]$
est interprété sémantiquement par :

- $||_{Det}[\textit{La plupart}]|| = \mathcal{Q}_{\text{la plupart}}$
- $||_N[\textit{des philosophes}]|| = \{a/a \text{ est un philosophe}\}$

La solution à nos problèmes (2)

Le problème d'une analyse compositionnelle fidèle à la syntaxe :

La plupart des philosophes viendront.

Analysé syntaxiquement comme :
$_S[_{GN}[_{Det}[\textit{La plupart}]_N[\textit{des philosophes}]]_{VP}[\textit{viendront}]]$
est interprété sémantiquement par :

- $||_{Det}[\textit{La plupart}]|| = \mathcal{Q}_{\text{la plupart}}$
- $||_N[\textit{des philosophes}]|| = \{a/a \text{ est un philosophe}\}$
- $||_{GN}[_{Det}[\textit{La plupart}]_N[\textit{des philosophes}]]|| = \mathcal{Q}_{\text{la plupart}}\ (||_N[\textit{des philosophes}]||)$

La solution à nos problèmes (2)

Le problème d'une analyse compositionnelle fidèle à la syntaxe :

La plupart des philosophes viendront.

Analysé syntaxiquement comme :
$_S[_{GN}[_{Det}[\textit{La plupart}]_N[\textit{des philosophes}]]_{VP}[\textit{viendront}]]$
est interprété sémantiquement par :

- $||_{Det}[\textit{La plupart}]|| = \mathcal{Q}_{\text{la plupart}}$
- $||_N[\textit{des philosophes}]|| = \{a/a \text{ est un philosophe}\}$
- $||_{GN}[_{Det}[\textit{La plupart}]_N[\textit{des philosophes}]]|| = \mathcal{Q}_{\text{la plupart}}\ (||_N[\textit{des philosophes}]||)$
- $||_{VP}[\textit{viendront}]|| = \{a/a \text{ viendra}\}$

La solution à nos problèmes (2)

Le problème d'une analyse compositionnelle fidèle à la syntaxe :

La plupart des philosophes viendront.

Analysé syntaxiquement comme :
$_S[_{GN}[_{Det}[\textit{La plupart}]_N[\textit{des philosophes}]]_{VP}[\textit{viendront}]]$
est interprété sémantiquement par :

- $||_{Det}[\textit{La plupart}]|| = \mathcal{Q}_{\text{la plupart}}$
- $||_N[\textit{des philosophes}]|| = \{a/a \text{ est un philosophe}\}$
- $||_{GN}[_{Det}[\textit{La plupart}]_N[\textit{des philosophes}]]|| = \mathcal{Q}_{\text{la plupart}}\ (||_N[\textit{des philosophes}]||)$
- $||_{VP}[\textit{viendront}]|| = \{a/a \text{ viendra}\}$
- $||_S[_{GN}[_{Det}[\textit{La plupart}]_N[\textit{des philosophes}]]_{VP}[\textit{viendront}]]|| = ||_{GN}[_{Det}[\textit{Laplupart}]_N[\textit{desphilosophes}]]||(||_{VP}[\textit{viendront}]||)$

Et après ?

$\rightsquigarrow$ Etudier les propriétés sémantiques des déterminants :

- Expliquer des phénomènes linguistiques particuliers.

Et après ?

$\rightsquigarrow$ Etudier les propriétés sémantiques des déterminants :

- Expliquer des phénomènes linguistiques particuliers.
- Identifier des universaux linguistiques.

Et après ?

$\rightsquigarrow$ Etudier les propriétés sémantiques des déterminants :

- Expliquer des phénomènes linguistiques particuliers.
- Identifier des universaux linguistiques.
- Isoler des classes de déterminants.

Et après ?

$\rightsquigarrow$ Etudier les propriétés sémantiques des déterminants :

- Expliquer des phénomènes linguistiques particuliers.
- Identifier des universaux linguistiques.
- Isoler des classes de déterminants.
- Etudier le pouvoir expressif des langues naturelles.

La monotonicité (1)

Tous les philosophes viendront à l'heure.
Tous les philosophes viendront.

La monotonicité (1)

Tous les philosophes viendront à l'heure.
Tous les philosophes viendront.

Certaines personnes sont bêtes et méchantes.
Certaines personnes sont bêtes.

La monotonicité (1)

Tous les philosophes viendront à l'heure.
Tous les philosophes viendront.

Certaines personnes sont bêtes et méchantes.
Certaines personnes sont bêtes.

$\mathcal{Q}$ est monotone croissant à droite ssi :
$\mathcal{Q}(A, B) = 1$ et $B \subseteq C$ implique $\mathcal{Q}(A, C) = 1$.

La monotonicité (2)

Aucun soldat n'aime pleurer.
Aucune soldat n'aime pleurer sans raison.

La monotonicité (2)

Aucun soldat n'aime pleurer.
Aucune soldat n'aime pleurer sans raison.

Peu de gens aiment la langue de bœuf.
Peu de gens aiment la langue de bœuf et les rognons.

La monotonicité (2)

Aucun soldat n'aime pleurer.
Aucune soldat n'aime pleurer sans raison.

Peu de gens aiment la langue de bœuf.
Peu de gens aiment la langue de bœuf et les rognons.

$\mathcal{Q}$ est monotone décroissant à droite ssi :
$\mathcal{Q}(A, B) = 1$ et $C \subseteq B$ implique $\mathcal{Q}(A, C) = 1$.

Applications (1)

Expliquer des phénomènes linguistiques particuliers
Exemples : items à polarité négative.

> *Aucun policier n'a le moindre soupçon.*
> *Aucun policier qui a le moindre soupçon ne le libèrerait.*
> *? Tous les policiers ont le moindre soupçon.*
> *? Certains policiers ont le moindre soupçon.*

Applications (1)

Expliquer des phénomènes linguistiques particuliers
Exemples : items à polarité négative.

Aucun policier n'a le moindre soupçon.
Aucun policier qui a le moindre soupçon ne le libèrerait.
? Tous les policiers ont le moindre soupçon.
? Certains policiers ont le moindre soupçon.

$\leadsto$ Les items à polarité négative sont permis dans les contextes monotones décroissants.

Applications (2)

Identifier des universaux linguistiques

Tous
Certains
Beaucoup
Cinq
Deux ou quatre
Un nombre pair de

Applications (2)

Identifier des universaux linguistiques

Tous
Certains
Beaucoup
Cinq
Deux ou quatre
Un nombre pair de

$\rightsquigarrow$ Contrainte de monotonicité : les déterminants lexicalisés dans les langues naturelles expriment des quantificateurs monotone ou des conjonctions de quantificateurs monotones.

A suivre ...