

Logique, calcul et décision

D. Bonnay / M. Cozic / P. Égré

Cogmaster 2008-2009

La logique a d'abord affaire à un certain type d'activités mentales : *les inférences déductives*

La logique a d'abord affaire à un certain type d'activités mentales : *les inférences déductives*



La logique a d'abord affaire à un certain type d'activités mentales : *les inférences déductives*



**Logic: another thing that
penguins aren't very good at.**

La logique est une théorie :

- ▶ du raisonnement déductif
- ▶ normative
- ▶ formelle

La logique est une théorie :

- ▶ du raisonnement déductif
- ▶ normative
- ▶ formelle

→ la logique *n'est pas* une discipline empirique.

La logique est une théorie :

- ▶ du raisonnement déductif
- ▶ normative
- ▶ formelle

→ la logique *n'est pas* une discipline empirique.

La logique est une partie de la théorie de la rationalité :

- ▶ déduction : logique déductive,
- ▶ induction : théorie des probabilités subjectives,
- ▶ choix : théorie de la décision.

Le programme de la matinée :

- ▶ un peu d'histoire (D.B.)
- ▶ si... alors... (P.E.)
- ▶ croyances et désirs (M.C.)
- ▶ *calculemus* (D.B.)

La logique est une histoire ancienne. Elle naît dans l'antiquité comme une sous-discipline de la philosophie :

- ▶ Sophismes et paradoxes ébranlent les normes du raisonnement,
- ▶ les philosophes entreprennent de clarifier ces normes.

Un syllogisme est un discours dans lequel, certaines choses étant posées, quelque chose d'autre que ces données en résulte nécessairement par le seul fait de ces données. (Aristote)

Un syllogisme est un discours dans lequel, certaines choses étant posées, quelque chose d'autre que ces données en résulte nécessairement par le seul fait de ces données. (Aristote)

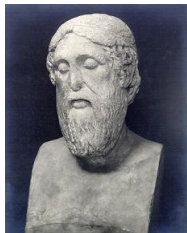
Syllogisme	Tous les A sont B
<i>Barbara</i>	Tous les B sont C
	<hr/>
	Tous les A sont C

Un syllogisme est un discours dans lequel, certaines choses étant posées, quelque chose d'autre que ces données en résulte nécessairement par le seul fait de ces données. (Aristote)

Syllogisme	Tous les A sont B
<i>Barbara</i>	Tous les B sont C
	<hr/>
	Tous les A sont C

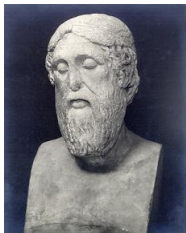
Sophisme	Tous les A sont B
<i>du pingouin</i>	Certains C sont B
	<hr/>
	Certains A sont C

Quelques exemples de paradoxes :



(*) La phrase (*) est fausse.

Quelques exemples de paradoxes :



(*) La phrase (*) est fausse.



Sharon to Sylvester :
I am not a woman you can trust

A l'époque médiévale :

- ▶ distinction entre les termes syncatégorématiques et les termes catégorématiques,
- ▶ explication de la contribution des termes syncatégorématiques à la signification des phrases en termes d'inférences,
- ▶ \approx embryon de théorie de la signification.

A l'époque médiévale :

- ▶ distinction entre les termes syncatégorématiques et les termes catégorématiques,
- ▶ explication de la contribution des termes syncatégorématiques à la signification des phrases en termes d'inférences,
- ▶ \approx embryon de théorie de la signification.

A l'époque moderne :

- ▶ Leibniz rêve d'une *lingua characteristica*

Question : Les preuves mathématiques peuvent-elles être réduites à des raisonnements purement logiques ?

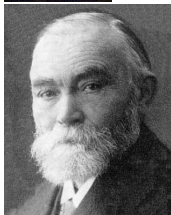


Non !

Question : Les preuves mathématiques peuvent-elles être réduites à des raisonnements purement logiques ?



Non !



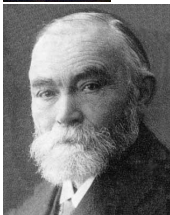
Il faut construire un langage formel, afin d'expliciter

- ▶ quels concepts sont utilisés
- ▶ quelles règles d'inférence sont appliquées.

Question : Les preuves mathématiques peuvent-elles être réduites à des raisonnements purement logiques ?



Non !



Il faut construire un langage formel, afin d'expliciter

- ▶ quels concepts sont utilisés
- ▶ quelles règles d'inférence sont appliquées.



Le système de Frege est contradictoire !

A la suite de Frege et Russell, la logique mathématique naît :

- ▶ développement d'autres systèmes, pour tenter de sauver le programme de Frege
 - ▶ théorie des types
 - ▶ théorie des ensembles

A la suite de Frege et Russell, la logique mathématique naît :

- ▶ développement d'autres systèmes, pour tenter de sauver le programme de Frege
 - ▶ théorie des types
 - ▶ théorie des ensembles
- ▶ développement de la méta-théorie logique afin de comprendre "ce qui se passe"
 - ▶ distinction entre syntaxe et sémantique
 - ▶ théorie de la démonstration
 - ▶ théorie des modèles

A la suite de Frege et Russell, la logique mathématique naît :

- ▶ développement d'autres systèmes, pour tenter de sauver le programme de Frege
 - ▶ théorie des types
 - ▶ théorie des ensembles
- ▶ développement de la méta-théorie logique afin de comprendre "ce qui se passe"
 - ▶ distinction entre syntaxe et sémantique
 - ▶ théorie de la démonstration
 - ▶ théorie des modèles

+

- ▶ développement de la théorie du calcul

La logique mathématique produit ses premiers 'grands' résultats positifs et négatifs :

- ▶ Tarski :
 - ▶ indéfinissabilité du prédicat 'être vrai' (pour un langage classique, dans ce langage)
 - ▶ définition du prédicat 'être vrai' (pour un langage classique, dans un langage essentiellement plus riche)
- ▶ Gödel :
 - ▶ Complétude des méthodes syntaxiques
 - ▶ Impossibilité de prouver la cohérence de l'arithmétique avec des méthodes plus faibles que l'arithmétique.

La logique continue de se développer dans le cadre des mathématiques et de l'informatique théorique...

... pour terminer, quelques mots sur sa pertinence dans le cadre des sciences cognitives.

Logique et Sciences Cognitives (1)

Hypothèse centrale des sciences cognitives

La pensée peut être comprise en termes

- ▶ de **représentations** mentales,
- ▶ et de **procédures de calcul** qui opèrent sur ces représentations.

Logique et Sciences Cognitives (1)

Hypothèse centrale des sciences cognitives

La pensée peut être comprise en termes

- ▶ de **représentations** mentales,
- ▶ et de **procédures de calcul** qui opèrent sur ces représentations.

Des outils logiques pour les sciences cognitives

La logique fournit :

- ▶ des **langages formels** pour modéliser les représentations mentales,
- ▶ et une **théorie du calcul** pour modéliser les procédures de calcul sur ces représentations

Logique et Sciences Cognitives (2)

Quelques exemples d'applications et d'interactions :

- ▶ Théorie de la rationalité
 - ▶ Qu'est-il rationnel d'inférer de mes croyances ?
 - ▶ Qu'est-il rationnel d'induire de ce que m'apprend l'expérience ?
 - ▶ Qu'est-il rationnel de choisir étant donné mes croyances et mes préférences ?

Logique et Sciences Cognitives (2)

Quelques exemples d'applications et d'interactions :

- ▶ Théorie de la rationalité
 - ▶ Qu'est-il rationnel d'inférer de mes croyances ?
 - ▶ Qu'est-il rationnel d'induire de ce que m'apprend l'expérience ?
 - ▶ Qu'est-il rationnel de choisir étant donné mes croyances et mes préférences ?

La logique fournit des théories normatives

Logique et Sciences Cognitives (2)

Quelques exemples d'applications et d'interactions :

- ▶ Théorie de la rationalité
 - ▶ Qu'est-il rationnel d'inférer de mes croyances ?
 - ▶ Qu'est-il rationnel d'induire de ce que m'apprend l'expérience ?
 - ▶ Qu'est-il rationnel de choisir étant donné mes croyances et mes préférences ?

La logique fournit des théories normatives

- ▶ Psychologie du raisonnement :
 - ▶ Comment les humains raisonnent-ils ?
 - ▶ Comment mesurer la difficulté d'un raisonnement ?

Logique et Sciences Cognitives (2)

Quelques exemples d'applications et d'interactions :

- ▶ Théorie de la rationalité
 - ▶ Qu'est-il rationnel d'inférer de mes croyances ?
 - ▶ Qu'est-il rationnel d'induire de ce que m'apprend l'expérience ?
 - ▶ Qu'est-il rationnel de choisir étant donné mes croyances et mes préférences ?

La logique fournit des théories normatives

- ▶ Psychologie du raisonnement :
 - ▶ Comment les humains raisonnent-ils ?
 - ▶ Comment mesurer la difficulté d'un raisonnement ?

La logique fournit des outils descriptifs

Logique et Sciences Cognitives (3)

Quelques exemples d'applications et d'interactions :

- ▶ Linguistique :
 - ▶ Qu'est-ce qu'une grammaire ?
 - ▶ Qu'est-ce que la signification d'une phrase ?
 - ▶ Quel est le pouvoir expressif des langages que nous utilisons ?

Logique et Sciences Cognitives (3)

Quelques exemples d'applications et d'interactions :

- ▶ Linguistique :
 - ▶ Qu'est-ce qu'une grammaire ?
 - ▶ Qu'est-ce que la signification d'une phrase ?
 - ▶ Quel est le pouvoir expressif des langages que nous utilisons ?

Les langues naturelles peuvent être étudiées comme des langages artificiels

Logique et Sciences Cognitives (3)

Quelques exemples d'applications et d'interactions :

- ▶ Linguistique :
 - ▶ Qu'est-ce qu'une grammaire ?
 - ▶ Qu'est-ce que la signification d'une phrase ?
 - ▶ Quel est le pouvoir expressif des langages que nous utilisons ?

Les langues naturelles peuvent être étudiées comme des langages artificiels

- ▶ Philosophie
La logique permet d'analyser les propriétés formelles des concepts :

Logique et Sciences Cognitives (3)

Quelques exemples d'applications et d'interactions :

▶ Linguistique :

- ▶ Qu'est-ce qu'une grammaire ?
- ▶ Qu'est-ce que la signification d'une phrase ?
- ▶ Quel est le pouvoir expressif des langages que nous utilisons ?

Les langues naturelles peuvent être étudiées comme des langages artificiels

▶ Philosophie

La logique permet d'analyser les propriétés formelles des concepts :

- ▶ connaissance
- ▶ croyance
- ▶ vérité